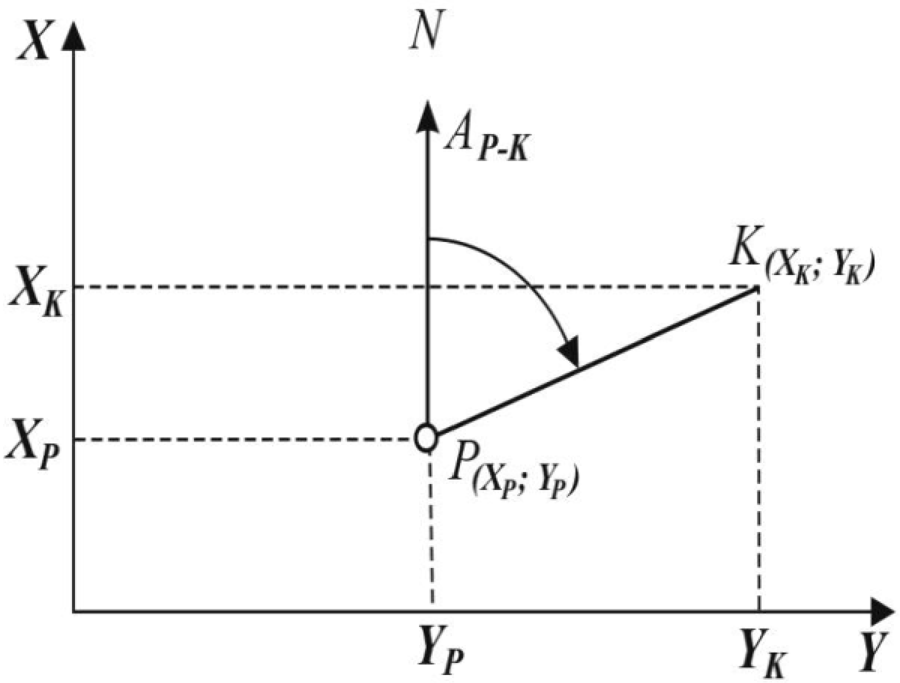
Obliczenie azymutów



Algorytm obliczania azymutów

1. Obliczamy przyrosty współrzędnych odcinka PK:

$$\boxed{\Delta X_{PK} = X_K - X_P} \qquad \boxed{\Delta Y_{PK} = Y_K - Y_P}$$

2. Badamy znaki przyrostów współrzędnych

jeżeli $\Delta X_{PK} > 0$ oraz $\Delta Y_{PK} > 0$ to $A_{PK} = \mathrm{arctg}\dfrac{\Delta Y_{PK}}{\Delta X_{PK}}$

jeżeli $\Delta X_{PK} > 0$ oraz $\Delta Y_{PK} < 0$ to $A_{PK} = \mathrm{arctg}\dfrac{\Delta Y_{PK}}{\Delta X_{PK}} + 400^g$

jeżeli $\Delta X_{PK} < 0$ to $A_{PK} = \mathrm{arctg}\dfrac{\Delta Y_{PK}}{\Delta X_{PK}} + 200^g$

Obliczenie azymutów

Przykład:

Wykorzystując współrzędne punktów (1, 2, 3) oblicz następujące azymuty boków – A_{12}, A_{21}, A_{23} oraz A_{31}. Współrzędne punktów danych są równe: 1(123,45; 245,67), 2(367,89; 50,00), 3(246,80;400,83)

1. *Azymut A_{12}*

   Obliczenie przyrostów współrzędnych:
   $$\Delta x = 367{,}89 - 123{,}45 = 244{,}44$$
   $$\Delta y = 50{,}00 - 245{,}67 = -195{,}67$$

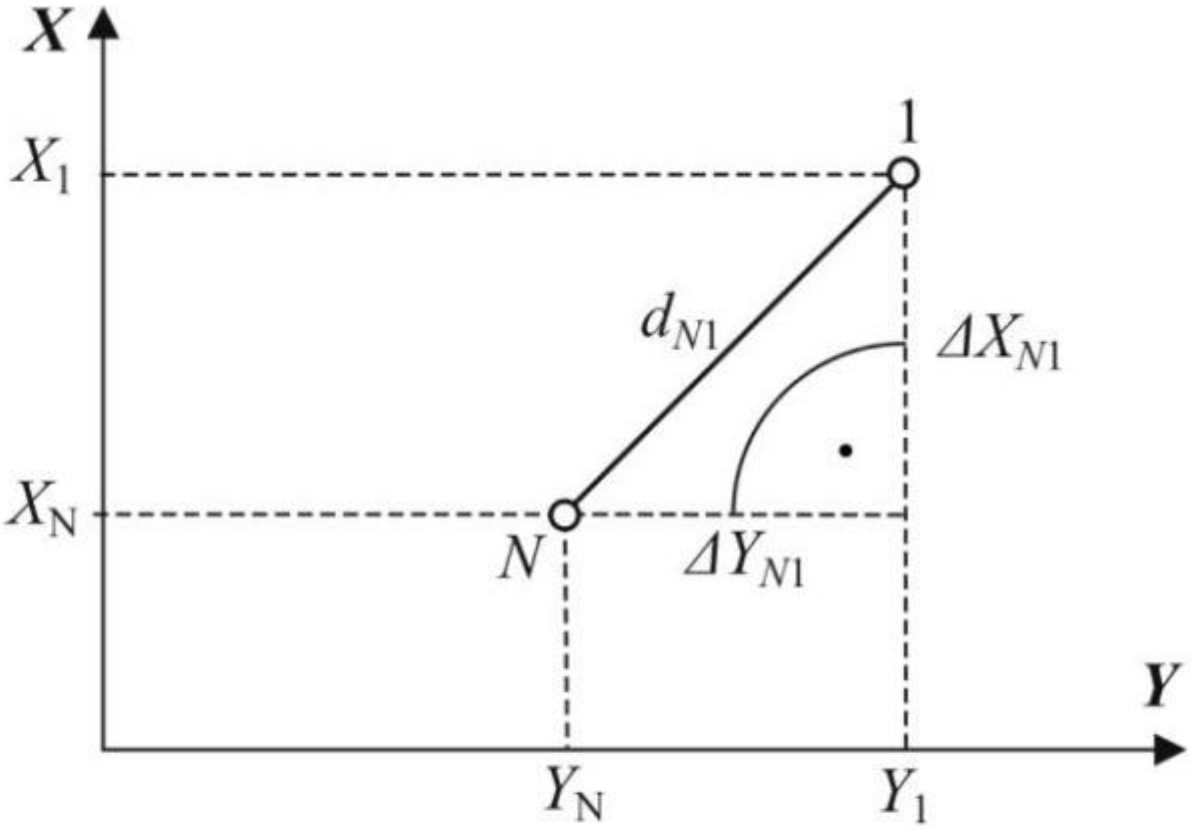
   Ponieważ $\Delta x > 0$ *oraz* $\Delta y < 0$ *to* $$A_{12} = arctg\frac{-195{,}67}{244{,}44} + 400^g = \mathbf{357{,}0259^g}$$

2. *Azymut A_{21}*

   Obliczenie przyrostów współrzędnych:
   $$\Delta x = 123{,}45 - 367{,}89 = -244{,}44$$
   $$\Delta y = 245{,}67 - 50{,}00 = 195{,}67$$

   Ponieważ $\Delta x < 0$ *to* $$A_{12} = arctg\frac{195{,}67}{-244{,}44} + 200^g = \mathbf{157{,}0259^g}$$

Obliczanie długości odcinka



$$\Delta X_{N\text{-}1} = X_1 - X_N \qquad \Delta Y_{N\text{-}1} = Y_1 - Y_N$$

$$d_{N\text{-}1} = \sqrt{\Delta X_{N\text{-}1}^2 + \Delta Y_{N\text{-}1}^2}$$

Obliczanie długości odcinka

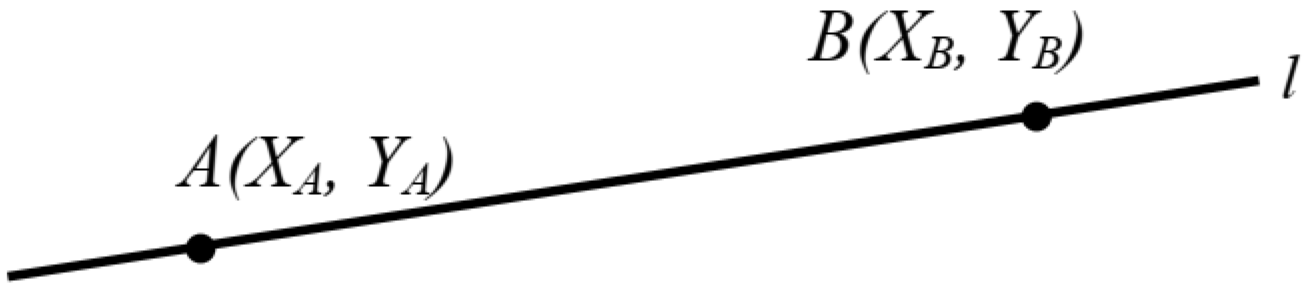
Przykład: Oblicz długość odcinka (12-13) wiedząc, że współrzędne jego końców wynoszą odpowiednio 12(234,12; 724,94) oraz 13(429,73; 391,06).

$$d_{12-13} = \sqrt{(x_{13} - x_{12})^2 + (y_{13} - y_{12})^2}$$

$$d_{12-13} = \sqrt{(429{,}73 - 234{,}12)^2 + (391{,}06 - 724{,}94)^2}$$

$$\boldsymbol{d_{12-13} = 386{,}96}$$

Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty



$$\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} \qquad y=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}(x-x_A)+y_A$$

gdy $\quad b=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\cdot x_A+y_A$ $\quad$ oraz $\quad a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$(-X_A)$

to

$$l_{(A-B)} \Rightarrow y=ax+b$$

Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

Przykład:

Napisz równanie prostej (l) przechodzącej przez dwa dane punkty(A=491 i B=123):

Nr	x	y
491	983,54	259,61
123	123,45	543,21

Obliczamy różnicę współrzędnych:

$$x_{123} - x_{491} = 123{,}45 - 983{,}54 = \mathbf{-860{,}09}$$

$$y_{123} - y_{491} = 543{,}21 - 259{,}61 = \mathbf{283{,}60}$$

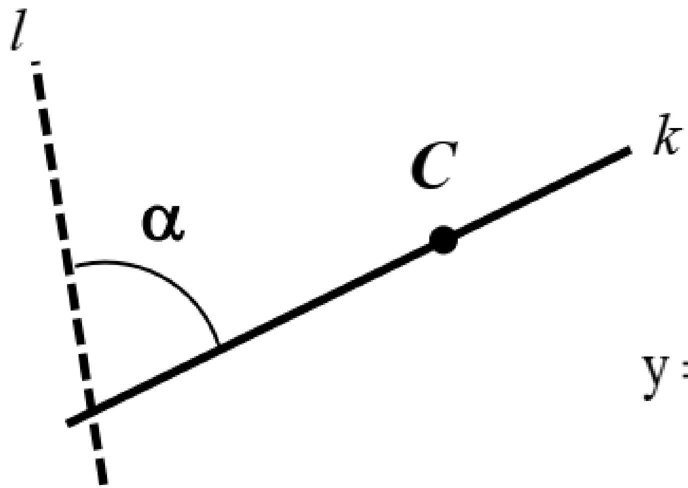
Szukane równanie prostej (l)

$$y = \frac{283{,}60}{-860{,}09}(x - 983{,}54) + 259{,}61$$

$$\boldsymbol{y = -0{,}32973 \cdot x - 583{,}9126}$$

Równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i skierowanej kątem

Równanie prostej (k) przechodzącej przez dany punkt C i skierowanej pod znanym kątem α do danej prostej (l):



$$y = (\mathrm{tg}(A_1 + \alpha))(x - x_C) + y_C$$

Równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i skierowanej kątem

Napisać równanie prostej (k) leżącej pod kątem α *do prostej (l) (491-123) z poprzedniego przykładu.*

dane:

równanie prostej (l) $y = -0,32973 \cdot x - 583,9126, \quad \alpha = 50^g \quad \text{oraz} \quad C(600,00;\ 800,00)$

Obliczenie współczynnika kierunkowego (a) prostej (k):

$$A_l = \text{arctg}\ (-0,32793) = 370,7234^g$$

$$a(k) = tg(A_l + \alpha) = tg(370,7234^g + 50,000^g) = tg(29,7234^g) = 0,50406$$

Stąd szukane równanie prostej (k)

$y = 0,50406\ (x - 600,00) + 800,00$

$$\boldsymbol{y = 0,50406x + 497,564}$$

Równanie prostej równoległej i odległej od niej o odcinek

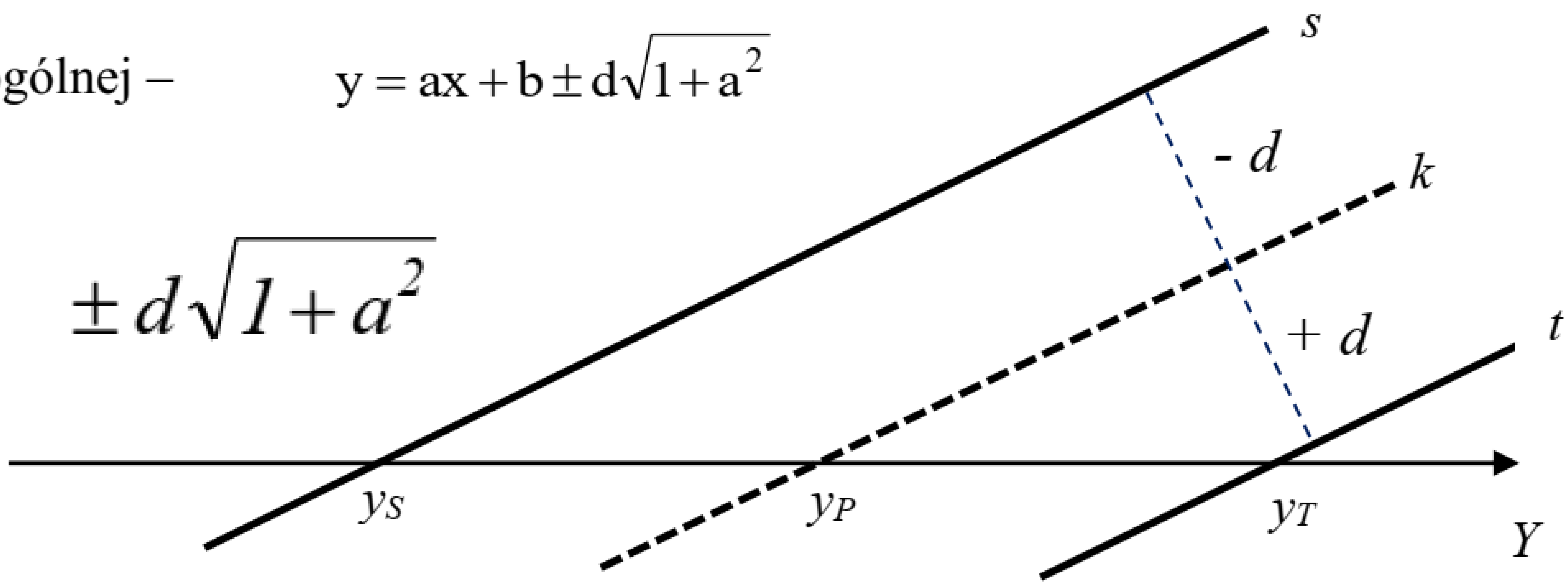
Równanie prostej *(k)* – $y = ax + b$

Równanie prostej *(t)* – $y = ax + b + d\sqrt{1+a^2} = ax + y_t$

Równanie prostej *(s)* – $y = ax + b - d\sqrt{1+a^2} = ax + y_s$

w postaci ogólnej – $y = ax + b \pm d\sqrt{1+a^2}$

$$\pm d\sqrt{1+a^2}$$



Równanie prostej równoległej i odległej od niej o odcinek

Przykład: Należy napisać równanie prostej równoległej do danej prostej (k) z poprzedniego przykładu przesuniętej równolegle o ±10,00 m.

Równanie prostej (k) $\quad y = 0{,}50406x + 497{,}564$

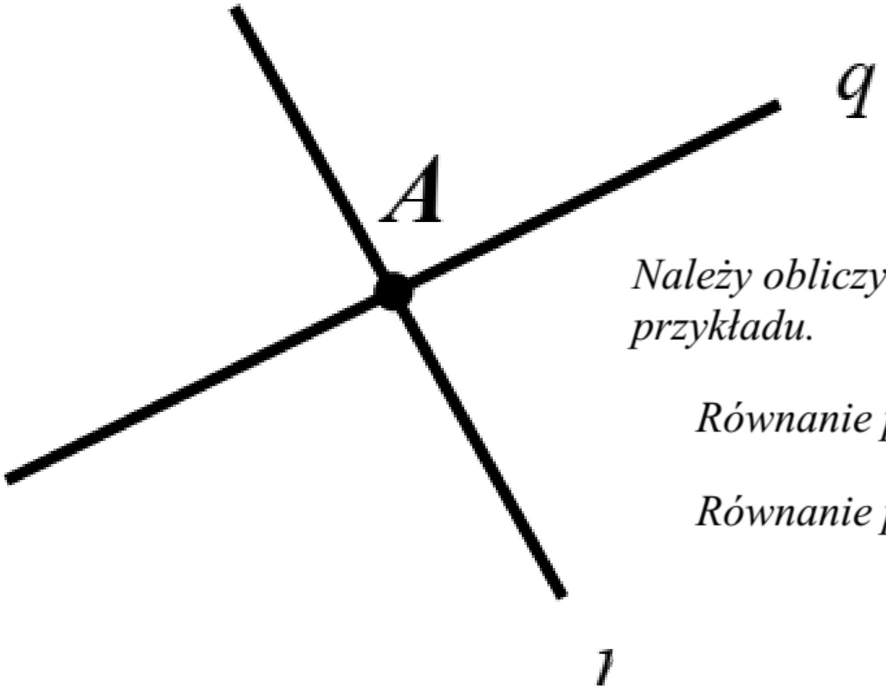
Równanie prostej (t) $\quad y = 0{,}50406 + 497{,}564 + 10{,}00 \cdot \sqrt{1 + 0{,}50406^2}$

$$\boldsymbol{y = 0.50406\,x + 508{,}763}$$

Równanie prostej (s) $\quad y = 0{,}50406 + 497{,}564 - 10{,}00 \cdot \sqrt{1 + 0{,}50406}^{\,2}$

$$\boldsymbol{y = 0.50406\,x + 486{,}365}$$

Przecięcia prostych



Należy obliczyć współrzędne punktu (A) przecięcia dwóch prostych (q i r) z poprzedniego przykładu.

Równanie prostej (q) – $y = 0.50406\,x + 497{,}564$

Równanie prostej (r) – $y = -1{,}98389 \cdot x + 1193{,}556$

$$0{,}50406 \cdot x + 497{,}564 = -1{,}98389 \cdot x + 1193{,}556$$

$$x = \frac{695{,}992}{2{,}48795} = 279{,}745$$

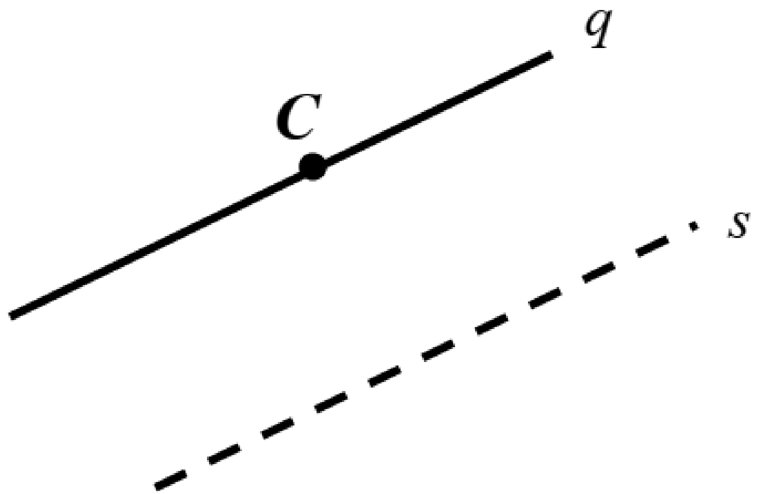
$$y(q) = 0{,}50406 \cdot 279{,}745 + 497{,}564 = 638{,}572$$

$$y(r) = -1{,}98389 \cdot 279{,}745 + 1193{,}556 = 638{,}573$$

A(279,74; 638,57)

$$\left.\begin{aligned} Y &= a_r \cdot X + b_r \\ Y &= a_q \cdot X + b_q \end{aligned}\right\}$$

Równanie prostej równoległej i przechodzącej przez zadany punkt



$$y = a\left(X - X_C\right) + Y_C$$

Przykład: Napisz równanie prostej (q) równoległej do prostej(s) – z poprzedniego zadania – przechodzącej przez punkt C o współrzędnych (600,00; 800,00)

Równanie prostej (s) – $y = 0.50406\, x + 486{,}365$

Równanie prostej (q) – $y = 0.50406\,(x - 600{,}00) + 800{,}00$

$$\boldsymbol{y = 0{,}50406\, x + 497{,}564}$$

Równanie prostej równoległej i przechodzącej przez zadany punkt

Przykład: Napisz równanie prostej (q) równoległej do prostej(s) – z poprzedniego zadania – przechodzącej przez punkt C o współrzędnych (600,00; 800,00)

Równanie prostej (s) – $y = 0.50406\,x + 486{,}365$

Równanie prostej (q) – $y = 0.50406\,(x - 600{,}00) + 800{,}00$

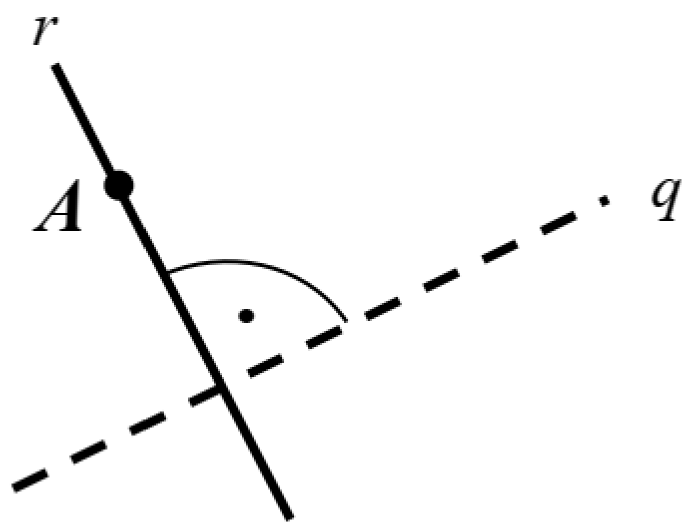
$$\boldsymbol{y = 0{,}50406\,x + 497{,}564}$$

Przykład: napisz równanie prostej (r) prostopadłej do danej prostej q – z poprzedniego zadania – i przechodzącej przez punkt A (400,00; 400,00)

Równanie prostej (q) – $y = 0.50406\,x + 497{,}564$

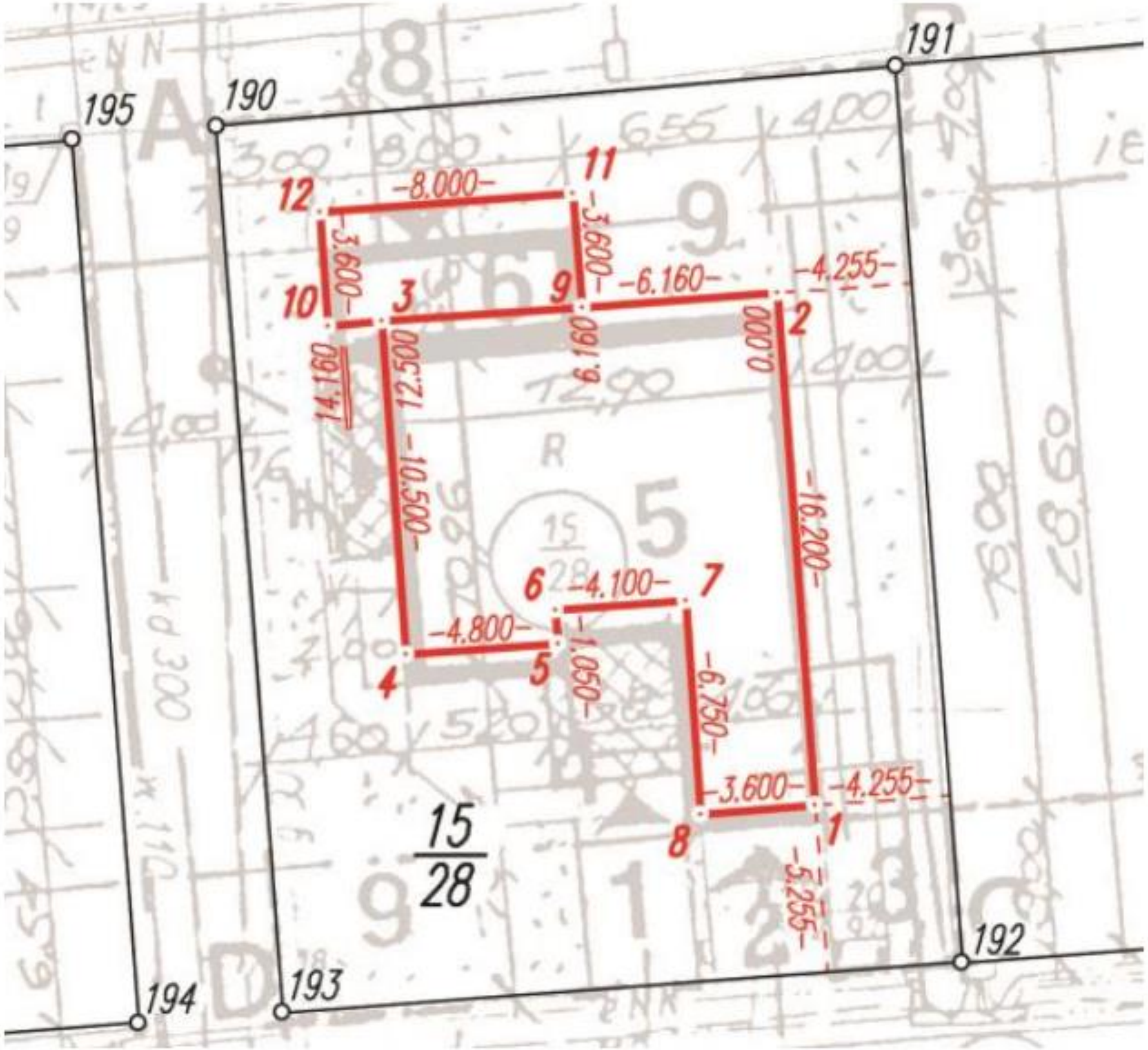
Równanie prostej (r) – $y = -\dfrac{1}{0{,}50406}\left(x - 400{,}00\right) + 400{,}00$

$$y = -1{,}98389 \cdot x + 1193556$$



$$Y = -\frac{1}{a}\left(X - X_C\right) + Y_C = -\frac{1}{a}X + \frac{1}{a}X_C + Y_C$$

Obliczenia


195
190
191
192
193
194
12
11
10
3
9
2
6
7
4
5
8
1
-8.000-
-3.600-
-3.600-
-6.160-
-4.255-
14.160
12.500
6.160
0.000
-10.500-
-16.200-
-4.100-
-4.800-
-1.050-
-6.750-
-3.600-
-4.255-
-5.255-
15
28