

PIERŚCIENIE I CIAŁA

Zadania, zestaw 10

Zadanie 1. Wykazać, że wielomian $w(x) = x^2 + 1$ jest nierozkładalny w $\mathbb{Z}_3[x]$. Opisać ciało $\mathbb{Z}_3[x]/(w)$.

Zadanie 2. Znaleźć wielomian minimalny liczby a , jeśli

(1) $a = \sqrt{2} + \sqrt[4]{2}$

(2) $a = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Zadanie 3. Niech a będzie pierwiastkiem wielomianu $f(x) = x^3 - x + 1$. Znaleźć bazę rozszerzenia $\mathbb{Q}(a)$ i wyznaczyć współrzędne elementu

$$b = \frac{a}{a^2 + 2a + 3}$$

w tej bazie.