

PIERŚCIENIE I CIAŁA

Zadania, zestaw 9

Zadanie 1. Cząsteczki pewnego związku chemicznego składają się z atomów wodoru i siarki, przy czym jej masa cząsteczkowa jest równa 66. Wiedząc, że masa cząsteczkowa wodoru jest równa 1, a masa cząsteczkowa siarki jest równa 32, znajdź wzór chemiczny cząsteczki tego związku.

Zadanie 2. W pierścieniu \mathbb{Z}_{24} rozwiązać równanie $5 \odot_{24} x = 7$.

Zadanie 3. Dla jakich $p, q, r \in \mathbb{R}$ wielomian $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ dzieli się przez $(x - 1)^3$?

Zadanie 4. Dla jakich $p \in \mathbb{R}$ wielomian $f(x) = x^4 - 2x + p$ ma pierwiastki wielokrotne?

Zadanie 5. Rozłożyć wielomian $f(x) = 2x^3 + 7x^2 + 5x + 1$ na czynniki nierozkładalne w $\mathbb{Q}[x]$.

Zadanie 6. Stosując kryterium Eisensteina wykazać, że następujące wielomiany są nierozkładalne w pierścieniu $\mathbb{Q}[x]$:

(1) $f(x) = 5x^{11} - 6x^4 + 12x^3 + 36x - 6$

(2) $f(x) = \frac{5}{2}x^6 - \frac{4}{3}x^3 + 7x - \frac{3}{11}$.

Zadanie 7. Stosując kryterium redukcyjne wykazać, że następujące wielomiany są nierozkładalne w pierścieniu $\mathbb{Q}[x]$:

(1) $f(x) = x^3 + 7x^2 + 13x - 4$

(2) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 1$.