

PIERŚCIENIE I CIAŁA

Zadania, zestaw 8

Zadanie 1. Niech x_1, x_2, x_3 będą pierwiastkami wielomianu $f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 3x - 2$. Obliczyć

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}.$$

Zadanie 2. Rozwiązać równanie

$$2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 5x + 2 = 0.$$

Zadanie 3. W pierścieniu kwaternionów rozwiązać równania: $px = q$ i $xp = q$, gdzie

$$p = 1 - \mathbf{i} + 2\mathbf{k}, \quad q = 2 + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}.$$

Zadanie 4. Znaleźć wszystkie pary liczb naturalnych a, b takie, że $\text{NWW}(a, b) = 150$ i ab jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 5. W pierścieniu $\mathbb{Z}[x]$ wyznaczyć $\text{NWD}(f, g)$, gdzie

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - x - 2, \quad g(x) = x^3 - x^2 - x - 2.$$

Zadanie 6. W pierścieniu $\mathbb{Q}[x]$ wyznaczyć $\text{NWD}(f, g)$, gdzie

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 2, \quad g(x) = x^2 - x + 1.$$

Zadanie 7. Grupa dzieci wydała w sklepie 100 zł. Wiedząc, że każdy chłopiec wydał 7 zł, a każda dziewczynka wydała 6 zł, znajdź liczbę chłopców i liczbę dziewczynek.